



TITLE:

投資主導の景気循環理論(動的システムの情報論3,研究会報告)

AUTHOR(S):

楡井, 誠

CITATION:

楡井, 誠. 投資主導の景気循環理論(動的システムの情報論3,研究会報告). 物性研究 2004, 83(1): 117-127

ISSUE DATE:

2004-10-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/110049>

RIGHT:

投資主導の景気循環理論

楡井 誠

サンタフェ研究所

概要

本論文では、ミクロにおける企業の非線形な投資行動が、マクロな投資変動および景気循環を起こす可能性を提示する。まず動学一般均衡モデルを導入し、シミュレーションによって景気循環パターンとの合致を示す。次に部分均衡分析により企業間の投資伝播を解析する。収穫一定技術と粘着的価格の下では、産業間の投資の伝播が産業数によらない分散を持つ内生的な振動を示すことが明らかにされる。

1 導入

本稿では、ミクロにおける企業の非線形な資本調整行動が、マクロ的な投資変動、ひいては景気循環を引き起こす可能性を示す。ここでは経済学を専攻しない読者を念頭に、典型的な動学一般均衡論への導入も兼ねることにしたい。¹

景気循環とは一国のマクロ変数群、すなわち総付加価値（GDP）、消費、投資、資本ストック、雇用、実質賃金、利子率などが2－5年程度の周期域に示す規則的な振動パターンを指す。主に用いられるデータは先進国（OECD 加盟国）の第二次大戦後の国民経済計算データである。多くの場合、四半期データないし年次データが用いられる。景気循環には国ごとまた時期ごとの特徴もあるため、経験的に得られる一般的な規則性は決して強いものではない。しかしながら、おおざっぱに言って以下のような特徴が認められる。すなわち、GDP の振動は2%前後であり、消費の振動はそれよりも少し小さく、投資の振動はそれよりもかなり大きい。生産、消費、投資は相関している。実質賃金の生産への相関は小さい。以下に朝鮮戦争後米国における主要マクロ変数の GNP との相関を示す（四半期データ、出典は Cooley and Prescott (1993)）。

	GNP	消費	投資	労働時間	実質賃金
$x(-1)$	0.85	0.82	0.79	0.74	0.09
x	1	0.83	0.91	0.86	0.03
$x(+1)$	0.85	0.67	0.76	0.82	-0.07

景気循環の解明はより長期的な経済成長メカニズムの解明と並んでマクロ経済学の重要な課題である。従来景気循環論においては、ある特定のマクロ変数の自律的な振動を根本原因と考えるのが一般的であっ

¹ 「動学」とは経済主体が異時点間最適化行動を取っているとき、「一般」とは全ての財市場、とりわけ製品財市場と労働市場について同時に、「均衡」とは相対価格が需要と供給の一致する点に決定されることを指す。

た。ケインズの体系では投資の自律的な変動、マネタリストにおいては貨幣供給量、そして近年精力的に研究が進んでいる実物的循環理論では技術的な生産性の変動が根本的なショックと考えられた。このうち実物的循環理論は新古典派理論の体系内で諸変数の相関パターンを整合的に説明することに成功したが、技術的な生産性の変動が理論を支持するほど大きなものであるかどうかについて論争が進行中である。技術的な生産性の変化が経済にとって根源的なショックであることに疑問の余地はないが、そのショックは各産業でしばしば独立におこるものなので大数の法則が働き、短期のマクロ的振動は引き起こさないのではないかというのが主な反論である。

本稿では、投資の非可分性のもとではミクロな産業レベルの技術変化がマクロな振動に転化しうることを示す。モデルは新古典派的な動学一般均衡に依拠するが、総投資の内生的な変動がマクロの振動を引き起こすという意味でケインズ的な循環理論をなしている。

2 モデル

N 財からなる動学経済を考えよう。各財はそれぞれ独占企業が資本と労働を投入することにより生産される。単純化のため、生産関数はすべての産業で同一とする。代表的家計は消費（貯蓄）と労働を選択することでその効用を最大化していると考ええる。

労働強化的な生産性 A_t は産業間で共通とし、成長率 g で外生的に増加するものとする。したがって定常成長経路では産出、消費、投資、資本は成長率 g で増加する。定常成長経路からの偏差に関心を集中するため、労働投入量以外の変数を生産性で規準化する。

2.1 家計の問題

代表的家計は効用を最大化するよう消費（貯蓄）と労働を計画する。すなわち、 $c_t, z_{j,t}^C, h_t, s_{j,t}, \forall j, t$ を制御変数として家計は次の最大化問題を解く。

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (c_t^{1-\sigma}/(1-\sigma) - h_t^{1+\nu}/(1+\nu)) \quad (1)$$

subject to

$$c_t = N^{1/(1-\xi)} \left(\sum_{l=1}^N (z_{l,t}^C)^{(1-\xi)/\xi} \right)^{\xi/(1-\xi)} \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^N p_{j,t} z_{j,t}^C = w_t h_t + \sum_{j=1}^N ((\pi_{j,t} + q_{j,t}) s_{j,t} - q_{j,t} s_{j,t+1}) \quad (3)$$

ただし $\xi > 1, \sigma \geq 0$ および $\nu \geq 0$ 。 $s_{j,t}$ は家計の所有する企業 j の株式、 $q_{j,t}$ はその株価、 $\pi_{j,t}$ は配当とする。株式発行残高は各企業とも 1 であると規準化する。したがって均衡においては、代表的家計の資産からの収入は配当のみとなる。²

c_t は各財 $z_{l,t}$ を式 (2) のように結合して形成される結合消費財である。 ξ は消費財生産における各財

²家計による株式保有の最適化行動から均衡株価が求められる。

の代替の弾力性である。³効用はこの結合消費材と労働供給 h_t の関数 (1) である。⁴式 (3) は家計の異時点間予算制約を表す。 $p_{j,t}$ は財 j の t 期における価格、 w_t は t 期の名目賃金を表し、 $\pi_{j,t}$ は企業 j の t 期における利潤を表す。⁵

2.2 企業の問題

生産技術として規模に関して収穫一定の Cobb-Douglas 型生産関数を仮定する。⁶

$$Y_{j,t} = K_{j,t}^\alpha (A_t h_{j,t})^{1-\alpha} \quad (4)$$

$Y_{j,t}$ は産業 j の t 期における産出高、 $K_{j,t}$ は資本ストック、 $h_{j,t}$ は労働投入量、 A_t は (すべての産業で共通な) 生産性パラメータを表す。収穫一定とは、産出が投入に比例する生産技術のことをいう。この仮定は、生産技術が無償で複製可能なケース (例えば生産の増分が既存企業のプラント増築によってオーバーヘッドコストに関して中立になされる場合) に自然に成り立つ。

以下では生産性 A_t が成長率 g で成長する場合を考える。定常状態を考えるために以下では労働投入以外の変数を生産性で規準化する。すなわち $y_{j,t} \equiv Y_{j,t}/A_t$, $k_t \equiv K_{j,t}/A_t$, $c_t \equiv C_t/A_t$, $i_{j,t} \equiv I_{j,t}/A_t$, 等々。そこで生産関数は次のように書き換えられる。

$$y_{j,t} = k_{j,t}^\alpha h_{j,t}^{1-\alpha}. \quad (5)$$

産業ごとの資本蓄積過程は次の式で与えられる。

$$gk_{j,t+1} = (1 - \delta_j)k_{j,t} + i_{j,t} \quad (6)$$

ここで δ_j は各産業に固有な資本減耗率である。投資 $i_{j,t}$ は全ての財を結合することによって得られ、結合の仕方は消費財 (2) と同様であると仮定する。

$$i_{j,t} = N^{1/(1-\xi)} \left(\sum_{l=1}^N (z_{l,j,t}^I)^{(1-\xi)/\xi} \right)^{\xi/(1-\xi)} \quad (7)$$

各産業の独占企業が直面するもう一つの制約条件に、その財に対する需要関数がある。需要は家計の消費財需要と各企業の投資財需要からなる。Dixit and Stiglitz (1977) のよく知られた方法を使って、われわれのモデルにおける需要関数は以下のように求められる。

$$y_{j,t} = (p_{j,t}/p_t)^{-\xi} y_t/N \quad (8)$$

³代替の弾力性とは、最適生産 (消費) 水準においてある 2 財の相対価格が変化したときのその 2 財の投入 (消費) 比率の変化分を指す。

⁴ここで用いる効用関数 (1) は時間に関して、また消費と労働に関して線形な結合要素を含む (「分離可能」)。このとき、任意の 2 時点間の瞬時効用の比率は多時点での選択から最適点で独立であり、また同一時点の消費と労働から得られる効用比率も他の選択から最適点で独立となる。ただし $\sigma = 1$ のときは $c^{1-\sigma}/(1-\sigma)$ のかわりに $\log c$ であると考えている。 $\sigma = 1$ のときに限り、この効用関数は定常成長経路上で労働投入量が一定となる効用関数のクラスに属する。

⁵企業の利潤は経済全体を考えれば必ず家計に分配されることに注意する。

⁶Cobb-Douglas 生産関数は資本分配率が生産水準によらず α で一定になるという特徴をもつ。これは成熟経済の歴史的事実に合致するのでよく用いられる。

ただし p_t と y_t は以下のように定義された物価水準、生産水準である。

$$p_t \equiv \left(\sum_{j=1}^N p_{j,t}^{1-\xi} / N \right)^{1/(1-\xi)} \quad (9)$$

$$y_t \equiv N^{1/(1-\xi)} \left(\sum_{j=1}^N y_{j,t}^{(\xi-1)/\xi} \right)^{\xi/(\xi-1)} \quad (10)$$

最後にこの論文に特殊な仮定として、企業の決定する投資／資本比率はある離散集合に制約されているとする。とりわけ以下を企業の制約条件とおく：

$$i_{j,t}/k_{j,t} \in \{0, (1-\delta_j)(\lambda_j^{\pm 1} - 1), (1-\delta_j)(\lambda_j^{\pm 2} - 1), \dots\} \quad (11)$$

ただし $\lambda_j > g/(1-\delta_j)$ 。この制約のもとで均衡過程では企業は実際には 0 か $(1-\delta_j)(\lambda_j - 1)$ しか選ばない。従って、次期の資本に関する企業の決定は実質的に、今期の資本から自然に減耗したレベルであるか、ないしはその λ_j 倍かどちらかを選ぶことに制約されていることになる。この仮定は、企業の投資がプラント増築など非可分的な性質を持つときに成り立つと考えられる。本論文が通常の独占的競争モデル（例えば Galí (1994)）から異なるのはこの仮定においてのみである。

独占企業はその所有者たるシェアホルダー＝家計の意向を受け、将来利潤を最大化する。このとき将来利潤の割引率 r_t^{-1} は家計の異時点間限界効用比率に設定されるはずである。すなわち $r_t^{-1} = (\beta \partial U(c_t, h_t) / \partial c_t) / (\partial U(c_{t-1}, h_{t-1}) / \partial c_{t-1})$ 。そこで独占企業の最適化問題は以下のように定式化される。

$$\max_{\{y_{j,t}, k_{j,t+1}, h_{j,t}, i_{j,t}, z_{l,j,t}^I\}} \sum_{t=0}^{\infty} (r_1 \cdots r_t)^{-1} A_t \pi_{j,t} = A_0 \sum_{t=0}^{\infty} (r_1 \cdots r_t)^{-1} g^t (p_{j,t} y_{j,t} - w_t h_{j,t} - \sum_{l=1}^N p_{l,t} z_{l,j,t}^I) \quad (12)$$

ただし制約条件として、生産関数 (5,7)、資本蓄積方程式 (6)、需要関数 (8)、および投資資本比率の離散性条件 (11) を満たす。

以上定義された独占企業の最適化行動を、もう少し細かく調べておこう。この経済が成長経済であること ($g \geq 1$) と資本減耗があること ($\delta_j > 0$) から、定常状態において投資が負になることはないことは明らかである。したがって、ある値を超えたら正の投資がおこり、そうでなければ投資がゼロであるような閾値が存在するはずである。資本はその閾値以上のときは自然に減耗し、閾値に到達した時に上方に調整される。このような最適調整行動を資本調整の (S,s) 行動とよぶ。最適な閾値 $k_{j,t}^*$ は、いささか煩雑な計算の後に次のように求められる。

$$k_{j,t}^* = D_j (w_t^{(1-\alpha)/\alpha} (r_t - 1 + \delta_j))^{-(\xi\alpha+1-\alpha)} k_t \quad (13)$$

ただし物価 p_t は 1 に規準化されている。また D_j は産業に固有な定数であり、総資本指数 k_t は以下のよう定義されている。

$$k_t \equiv \left(\sum_{j=1}^N k_{j,t}^{\alpha(\xi-1)/(\xi\alpha+1-\alpha)} / N \right)^{(\xi\alpha+1-\alpha)/(\alpha(\xi-1))} \quad (14)$$

総資本が増加すれば最適閾値が上がることに注目しよう。これにより、ある産業の投資（＝資本の増加）は他の産業の投資を促すことがわかる。したがって各産業の投資は正のフィードバック効果により結合

していることになる。このフィードバックの経済的な意味は、ある産業の投資がその財価格の相対的な低下をもたらすことにより、その財を生産に用いる他の産業も生産を増加させる誘因を持つことにある。需要の貨幣的外部性とよばれるこの効果は Kiyotaki (1988) に代表されるようによく知られているものであるが、本論文においてはこの効果が閾値の変更を通じた非線形なものとなっているところが注目すべき点である。投資のフィードバック効果が対称的な複数均衡を引き起こす可能性は Shleifer (1986) より指摘されている。本論文ではこの効果が、全ての企業が斉一に動くような極端なゆらぎではなく、むしろランダムに見えるような複雑な振動を起こす可能性があることを示すものである。

2.3 均衡

初期資本賦存 $(k_{j,0})$ が与えられたとき、この経済の均衡経路 $\{y_{j,t}, k_{j,t+1}, h_{j,t}, i_{j,t}, z_{l,j,t}^I, c_t, z_{j,t}^C\}$ は、(1) 家計の最適化問題を解く (2) 企業の最適化問題を解く (3) 財市場均衡条件 $y_{j,t} = z_{j,t}^C + \sum_l z_{l,j,t}^I$ 、労働市場均衡条件 $h_t = \sum_j h_{j,t}$ 、資産市場条件 $s_{j,t} = 1$ を満足する解として定義される。

企業の最適化問題は投資の離散性制約からもたらされる非凸性をはらんでいる。したがって、定義された均衡経路は、その存在は確かめることができて、一意には決まらない可能性がある。そこで、次のような均衡選択条件を導入することにより一意性を確保する。任意の隣接する 2 時点における資本 $k_{j,t}, k_{j,t+1}, \forall j$ を考える。このとき、 $(k_{j,t+1})$ は次のような最適反応過程の収束点となっていなければならない。最適反応過程のタイムステップを上付き小文字 u で表す。初期条件を $k_{j,t}^0 = k_{j,t}(1 - \delta_j)/g$ および $k_t^0 = k_t$ とおく。 $u > 0$ における平均資本 k_t^u はプロファイル $k_{j,t}^u$ より定義される。 $k_{j,t}^u, u = 0, 1, \dots$ は最適行動に従って発展する：

$$k_{j,t}^{u+1} = \begin{cases} \lambda_j k_{j,t}^u & \text{if } k_{j,t}^u < k_{j,t}^{*u} \\ k_{j,t}^u / \lambda_j & \text{if } k_{j,t}^u > \lambda_j k_{j,t}^{*u} \\ k_{j,t}^u & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

この最適反応過程が $N \rightarrow \infty$ のときに確率 1 で収束することを示すことができる。

最適反応による均衡選択は、マクロ経済の分析にふさわしいものである (Vives (1990))。なぜなら多数の経済主体が相互作用するマクロ経済においては、ある経済主体が他の経済主体の状態変数（この場合は閾値）をすべて知ることは事実上不可能であり、したがって瞬時均衡点への到達は各経済主体の自発的な行為を通じてのみ望みうるためである。また、最適反応過程によって選択された均衡経路は、経済主体間に情報上のコーディネーションがある場合に可能な均衡経路のうち最も振動の小さなものである（なぜなら最適反応過程は初期点の近傍を探索するアルゴリズムであるから）。したがって、本論文は各主体が振動を最小にするような経路を選択したときですら景気循環程度の振動がおこるような経済の条件を考察するものである。

3 均衡経路の性質

本章では上で定義された均衡経路を計算機でシミュレートし、その振動が景気循環のパターンと合致することを示す。

パラメータ値は以下のように決定する。まず、労働分配率、マークアップ率、時間選好率（年率）、および労働の異時点間代替の弾力性は、広く用いられているベンチマーク $(1 - 1/\xi)(1 - \alpha) = 0.67$,

	GDP	Investment	Consumption	Capital	Hours	Wage
standard deviation (%)	1.58 (0.37)	18.93 (3.14)	1.83 (0.35)	1.62 (0.38)	1.57 (0.36)	0.02 (0.003)
correlation with GDP	1 –	0.45 (0.02)	0.53 (0.08)	1.00 (0.00)	1.00 (0.00)	0.53 (0.08)
autocorrelation	0.95 (0.02)	0.58 (0.06)	0.52 (0.13)	0.94 (0.02)	0.95 (0.02)	0.52 (0.13)

表 1: Simulated business cycle statistics

$1/(\xi - 1) = 0.2$, $\beta = 0.96$, $1/\nu = \infty$ を用いる。これにより α, ξ, β, ν が決まる。消費の異時点間代替の弾力性 $1/\sigma$ はフリーパラメータとする。各産業固有のパラメータ、すなわち投資比率の離散性 λ_j と、生産性上昇率で割引かれた資本減耗率 $(1 - \delta_j)/g$ は、産業データから推定することとする。

産業データからの推定は Yoshikawa and Ohtake (1987) に類似した方法で産業固有の振動周波数を推定することにより行う。データは Bartelsman and Gray (1996) により整えられた、合衆国 SIC 4-digit 製造業セクターの 1958–1996 年の年次生産データを用いる。まず $\lambda = 100$ の HP フィルタでトレンドを除去し、産業ごとに生産の AR(2) 過程を推定する。推定により、459 セクターのうち 434 セクターが減衰振動を示すことがわかる。これらセクターの推定した係数から系列の擬似周期を求める。擬似周期は平均 8.2 年、標準偏差は 3.3 年である。次に、いささか強引ながら、この擬似周期を示す系列を (S,s) 行動より得られる非調和振動子でエミュレートする。すなわち、産業 j の分散と周期を同一に保つような λ_j , $(1 - \delta_j)/g$ を計算により求める。もしも設備投資に必然的に伴う意思決定と実施の時間的ラグを考慮に入れば、(S,s) 的な経路はデータ系列をよりよく近似することができよう。

家計が将来利率をどのように期待形成するかは、一般に難問であるが、このモデルではさらに困難な問題となっている。なぜなら、このモデルでは完全に決定論的な環境にもかかわらず、状態変数のコンフィギュレーションによって集計変数の内生的な振動がおき、その振動はコンフィギュレーションの微細な変化に敏感になっている。したがって完全予見経路を計算することが容易でない。ここでは、家計は総投資系列が AR(1) プロセスに従っていると想定し、その係数を正しく推定した上で、来期の投資を AR(1) プロセスの最適予想点に決定論的に予期すると仮定する。この行動は合理的期待にかなり近いが、パラメータによっては係数の学習のプロセスが収束しないケースも観察された。

$\sigma = 0.01$ のときのシミュレーション結果は表 1 の通りである。括弧の中は 400 回の繰り返しによって得られた推定相関値の標準偏差である。

振動の程度や生産と需要要素間の相関、および強い自己相関という景気循環の基本的なパターンを確認することができる。 $\sigma = 0.01$ はほとんど線形に近い設定である。したがって、効用関数の設定が線形に近いとき、すなわち実質賃金と実質利率の振動が小さな場合にこのシミュレーションは対応している。実際の経済においては名目賃金はあらかじめ一定期間固定されていることが多く、また名目利率は政策変数に影響を受けるためランダムな投資に即応して変化するわけではない。したがって粘着的な実質賃金と実質利率を考えることは非現実的ではない。

生産と需要要素間の相関は、実際のデータや通常のモデルのシミュレーション結果よりも小さくなっている。通常のモデルで大きな相関がおきるのは、根源的なショックを全要素生産性 (A_t) に求めている

ためである。全要素生産性が一時的に上がると、将来に比べて今期の実質賃金が上昇し、所得が増え、消費が増える。しかし家計は定常な消費経路を選好するため家計は所得ほど増えず、結果投資が増加する。われわれのモデルでは、マクロ振動はセクター資本のコンフィギュレーションからくる投資の内生的振動に由来する。この場合、生産性は所与であるので、投資の増加は瞬時的には消費の減少をもたらす。いいかえれば、われわれの新古典派モデルではケインズ的な乗数効果が働かない。一方で投資の増加はラグを伴って資本の増加をもたらすので、将来消費の増加をもたらす。したがって、投資に自己相関がある場合には生産、投資、消費が相関する可能性がある。表 1 に見られる生産と投資、消費の相関はこうにしてえられたものである。われわれのモデルでより強い相関関係をえるには、消費が一時的所得により強く反応する必要がある。一つの方向性は、一部の家計が流動性制約下にあると考えることである。流動性制約とは借入れ額に上限があることを指す。現在流動性制約にある家計、および将来流動性制約にかかる可能性があることを予見する家計は、所得の低下に対して消費をいっそう低下させる。したがって所得が増加したときには流動性制約のない場合と比較すると消費の増加率が高くなる。流動性制約をモデルに組み込むことにより、乗数効果が発生し、シミュレーションが改善することが期待される。

図 1 はシミュレーションされた典型的経路をプロットしたものである。平均投資 GDP 比率は 9% で現実 (10% 強) に近い。GDP 周期性 (あるいは自己相関) は現実よりも長い、各セクターの (S,s) 行動以外には周期性をもたらすような要素がない決定論的なモデルがこのように大きな自己相関をもつランダムな系列を生み出すことは興味深い。

4 部分均衡分析

本章では実質賃金と実質利子率の決定を単純化し財市場の振るまいに関心を集中することにより、前章で見たような振動がなぜ可能であるのかを解析的に考察する。

いま仮に、実質利子率と実質賃金が平均資本の単純な関数で近似できると考える。

$$(r_t - 1 + \delta_j)/(\bar{r} - 1 + \delta_j) = (k_t/\bar{k})^{\theta_r} \quad (16)$$

$$w_t/\bar{w} = (k_t/\bar{k})^{\theta_w} \quad (17)$$

すると (S,s) 行動の閾値は次のように単純化される。

$$k_{j,t}^*/\bar{k}_j^* = (k_t/\bar{k})^\phi \quad (18)$$

ここで $\bar{k}_j^*, \bar{r}, \bar{w}, \bar{k}$ は定常状態 (投資 = 資本減耗) に対応する値であり、また ϕ は次のように定義される、各産業資本と平均資本との間の戦略的補完関係の強さを示すパラメータである。

$$\phi = 1 - (\alpha\theta_r + (1 - \alpha)\theta_w)(\xi - 1 + 1/\alpha) \quad (19)$$

λ_j と δ_j が全産業に共通であるケースを考える。企業の資本の閾値からの距離を表す変数を $s_{j,t} = (\log k_{j,t} - \log k_{j,t}^*)/\log \lambda$ と定義しよう。ある t 期に $s_{j,t}$ が独立な一様分布に従うことが分かっているとしよう。このときの資本成長率 $\log k_{t+1} - \log k_t$ の分布を調べたい。 $W = N(\log k_{t+1} - \log k_t)/\log \lambda$ と定義しよう。また、 t 期における最適反応過程のタイムステップを上付き小文字 u であらわし、 $m_0 =$

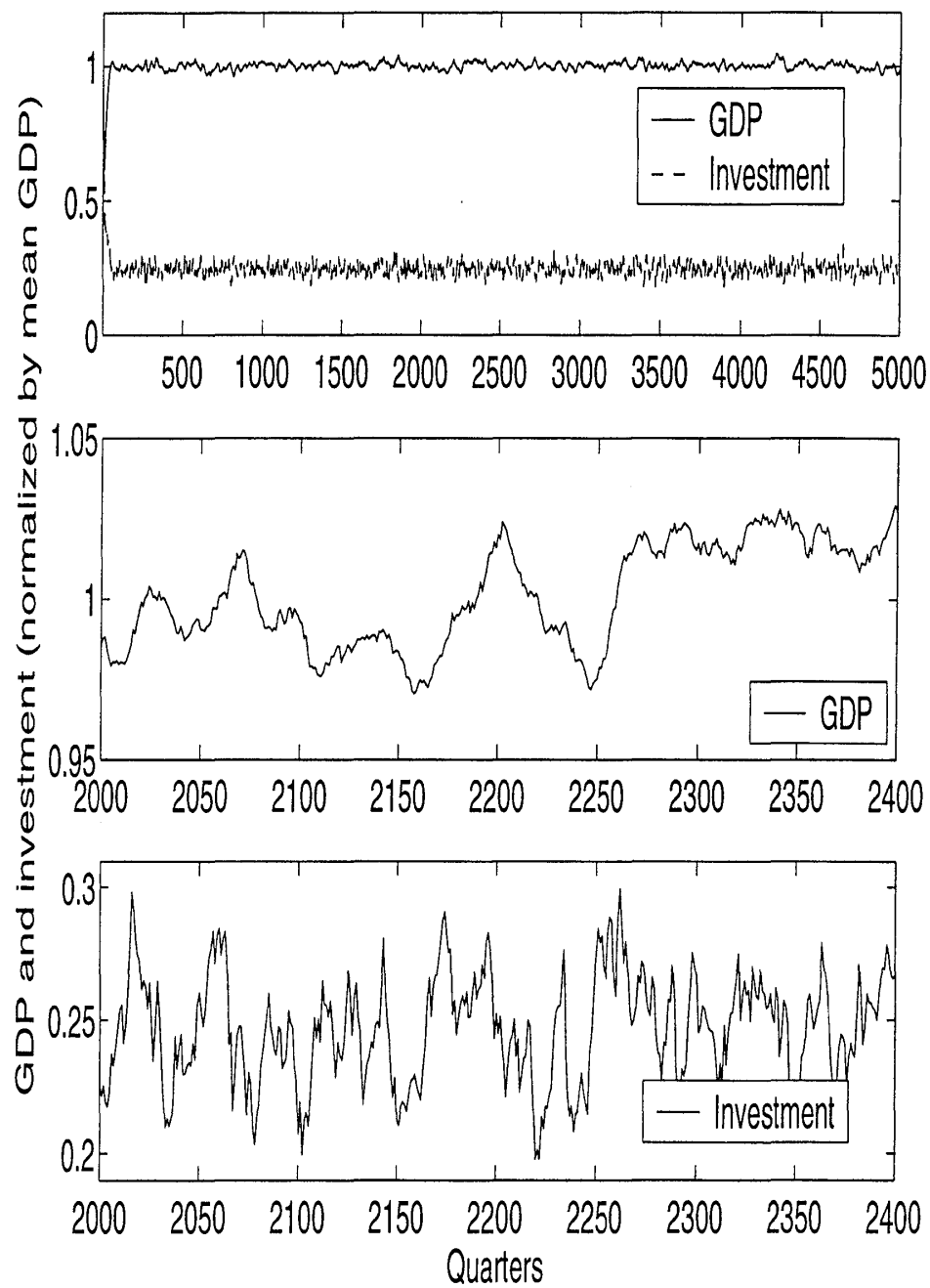


図 1: A simulation path of GDP and investment

$N(\log k^1 - \log k_t)/\log \lambda$ を定義しよう。また $\mu = |\log((1-\delta)/g)|/\log \lambda$ と定義する。そこで次の命題をえる。

命題 1 : λ_j と δ_j は全産業に共通とする。また $s_{j,t}$ が独立な一様分布に従うとする。このとき $N \rightarrow \infty$ をとると、 m_0/\sqrt{N} は漸近的に平均ゼロ、分散 $\mu(1-\mu)$ の正規分布に従う。さて m を正整数とすると、 $|m_0| = m$ のとき $|W|$ の条件付き確率関数は先に $\xi \rightarrow 1$ とし次に $N \rightarrow \infty$ とするとき漸近的に次の関数に従う：

$$\Pr(|W| = w \mid |m_0| = m) = (m/w)e^{-\phi w}(\phi w)^{w-m}/(w-m)! \quad (20)$$

for $w = m, m+1, \dots$ この確率関数の裾は次のように近似される：

$$\Pr(|W| = w \mid |m_0| = m) \approx (m(\phi e)^{-m}/\sqrt{2\pi})(\phi e^{1-\phi})^w w^{-1.5} \quad (21)$$

また W の分布関数は対称的である。

(証明は最適反応過程が分岐過程に帰着することよりなる。)

命題 1 より、成長率の分布は定常成長レベルからのゆらぎ (m_0) とそれを増幅させる伝播 (W) からなることがわかる。伝播サイズの分布はべき分布が指数的に切断された形を持つ。指数的な切断がおこる点は、 ϕ が 1 に近いほど原点から遠い。したがって $\phi \rightarrow 1$ のときこの分布は純粋なべき分布に収束する。このべき分布は指数が 0.5 であり、これは分散も平均も発散する分布であることが分かる。ここで資本成長率 $g \equiv W/(N \log \lambda)$ を定義する。すると次の命題をえる。

命題 2 : 成長率 g の分散は、 $\phi = 1$ のとき、 $N \rightarrow \infty$ の極限で以下の正の値をとる。

$$\text{Std}(g) = \log \lambda \sqrt{\mu(1-\mu) + \sqrt{2\mu(1-\mu)/(9\pi)}}. \quad (22)$$

(証明は $\phi = 1$ のとき W が指数 0.5 のべき分布に従うことを利用する。)

命題 2 は $\phi = 1$ のとき成長率の分散が無限経済においてさえ正の値を取ることを意味する。これは、確率論的な伝播過程が無視しえない大きさのゆらぎをもつことを示す。したがって、ミクロの (S,s) 行動はマクロの振動に影響しないとする Caplin and Spulber (1987) や Caballero and Engel (1991) に代表される見解は成り立たないことになる。

それでは $\phi = 1$ とはどのようなケースであろうか。まず第一に、それは $\theta_r = \theta_w = 0$ 、つまり実質利子率と実質賃金が固定的なケースである。したがってこれら価格が投資伝播に直接反応しないような短期に限り (S,s) 行動はスケールに依存しないマクロ振動を生み出す。第二に、生産技術の収穫一定性が鍵となる仮定である。もしも規模の経済が収穫逓減的であるならば、最適閾値は平均資本の凹関数となり ϕ が減少することを示すことができる (Nirei (2002))。逆に、ミクロの生産技術が収穫逓増性を示す場合は、実質利子率と実質賃金が伸縮的な場合でも $\phi = 1$ となりうる。一般にプラント技術が企業内で容易に複製可能であることを考えても、また実証的な研究をみても、収穫一定ないしマイルドな収穫逓増性は妥当な仮定であるといえる。

多数の (S,s) 行動の結合という観点からみると、 ϕ は (S,s) 行動間の戦略的補完性を意味すると考えることができる。仮に摂動が入、すなわち (S,s) bandwidth よりもずっと大きい場合を考えてみよう。このとき経済主体の行動は実質的に離散性に制約されないことになる。このとき、 ϕ は平均的な変化率のうちどれだけを個体の変化率にフィードバックさせるかを規定する値となる。 $\phi = 1$ は個体の変化率が平均の変化率と一致するケースであり、戦略的補完関係が完全になっている状態といえる。スケールに

依存しないマクロな振動は、大域的に完全でかつ局所的には0であるような戦略的補完性から生じていると考えることができる。

大きな摂動（あるいは連続的な調整）を考えると、 $\phi = 1$ のもとでのシステムは解が不決定であるような連立方程式系に対応する。力学系であればニュートラルともいわれるべき状態であり、そこでは摂動が恒久的な影響をもつのは明らかなことである。生産経済は実はこのような特異な性質をあらかじめ備えているのかもしれない。実際この点はケインズ経済学において、収穫一定技術の下では供給側は均衡価格のもとで最適生産量が不決定となり、したがって生産規模は需要側から決定されることが知られていたことに対応しているものである。

最後に、変数 $s_{j,t}$ が独立な一様分布に従うという仮定は自然なものである。実際、任意の確率変数 $s_{j,0}$ を与えた時、 $s_{j,t}$ は $t \rightarrow \infty$ において一様分布に従うことを示すことができる。このことは $s_{j,t}$ の力学を円周上に投影してみると直観的に明らかであろう。一方で、この仮定は $s_{j,t}$ の通時的な性質について何も言わない。 $s_{j,t+1}$ の条件付き分布が $s_{j,t}$ の分布に強く規定されることは明らかである。 $s_{j,t}$ の持つ強い時系列的な相関と周期性がマクロ変数にどのように影響するかは興味深いところであるが、その分析には前章でなされたようなシミュレーション分析が必要である。前章の示すところでは、ミクロ行動のクラスター化が内生的な振動を生み出すような状況下では、ミクロ行動の周期性がマクロ行動の周期性をもたらしている可能性がある。これは景気循環論において「こだま効果」として知られていたものに対応するものである。

5 結語

本論文は景気循環パターンが投資のセクター間伝播を原動力として生まれる可能性を示した。まず産業別投資に非可分性があるときの動学一般均衡モデルを提示した。次にシミュレーションによってマクロ変数の内生的振動および景気循環を示す相関パターンが得られることを示した。最後に財市場の部分均衡解析によって投資のセクター間伝播サイズの確率分布を明らかにし、産業数が多いときもマクロ振動が持続する可能性を示した。

ミクロの投資行動の非線形性が投資の内生的振動を生むのは、生産技術が収穫一定でかつ実質利子率と実質賃金が短期的に粘着的である場合であることが示された。また生産と需要要素間の相関関係は、家計の流動性制約を明示的にモデル化することでよりよくシミュレートされる可能性がある。

部分均衡解析によって明らかにされた、ミクロ主体の行動の伝播がマクロ振動を生み出すメカニズムは、他のさまざまな経済状況に適用可能である。実際、(S,s) 的な非線形性は行動に固定的なコストがかかるような場合に一般的に観察されるし、その非線形行動の伝播過程は簡単なスーパーモジュラーゲームを使って一般的に定式化することができる。詳しくは Nirei (2003) を参照されたい。

ここで示された結果は、収穫一定の仮定が頑健な現実性をもっているような経済系に限定されるものである。しかしながら、セクター資本のコンフィギュレーションが一様分布に収束し、その分布上で臨界的な振動がおこる点や、その振動が分岐過程でよく分析される点を考えれば、われわれのモデルは自己組織化臨界現象の無限次元版であるとみなすことができるだろう。

謝辞：「記憶と履歴」ワークショップの参加者、とりわけ金子守氏と柴田達夫氏のコメントに感謝したい。またオーガナイザーの秋山英三氏、佐藤譲氏、および藤本仰一氏に謝意を表したい。

参考文献

- BARTELSMAN, E. J., AND W. GRAY (1996): "The NBER manufacturing productivity database," *NBER Technical Working Paper*, 205.
- CABALLERO, R. J., AND E. M. R. A. ENGEL (1991): "Dynamic (S,s) economies," *Econometrica*, 59, 1659–1686.
- CAPLIN, A. S., AND D. F. SPULBER (1987): "Menu cost and the neutrality of money," *Quarterly Journal of Economics*, 102, 703–726.
- COOLEY, T. F., AND E. C. PRESCOTT (1993): "Economic growth and business cycles," in *Frontiers of Business Cycle Research*, ed. by T. F. Cooley. Princeton.
- DIXIT, A. K., AND J. E. STIGLITZ (1977): "Monopolistic competition and optimum product diversity," *American Economic Review*, 67, 297–308.
- GALÍ, J. (1994): "Monopolistic competition, business cycles, and the composition of aggregate demand," *Journal of Economic Theory*, 63, 73–96.
- KIYOTAKI, N. (1988): "Multiple expectational equilibria under monopolistic competition," *Quarterly Journal of Economics*, 103, 695–713.
- NIREI, M. (2002): "Sectoral propagation and indivisible input," Ph.D. thesis, University of Chicago.
- (2003): "Threshold behavior and aggregate fluctuation," *Santa Fe Institute Working Paper*, 03-09-049.
- SHLEIFER, A. (1986): "Implementation Cycles," *Journal of Political Economy*, 94, 1163–1190.
- VIVES, X. (1990): "Nash equilibrium with strategic complementarities," *Journal of Mathematical Economics*, 19, 305–321.
- YOSHIKAWA, H., AND F. OHTAKE (1987): "Postwar business cycles in Japan: A quest for the right explanation," *Journal of the Japanese and International Economies*, 1, 373–407.